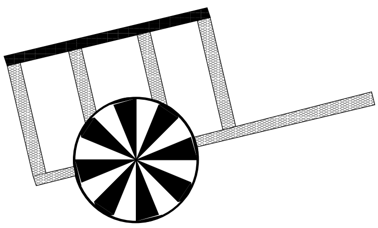
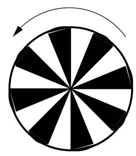
Corriente alterna, corriente continua

Material:

- Una rueda que se pueda hacer girar rápido (por ejemplo de un juguete).
- Cartulina blanca.
- Un rotulador oscuro.
- Una linterna a pilas

Comenzaremos cortando un círculo de cartulina blanca que podamos pegar o ajustar con cuerdas a la rueda que gira. Si ésta tiene algún eje que sobresalga se puede dar a la cartulina forma ligeramente cónica (como un gorro chino). Dividiremos el círculo en cierto número par de sectores iguales y colorearemos uno de cada dos con el rotulador (como una sombrilla). A no ser que la rueda se pueda hacer girar realmente muy rápido no conviene hacer un número de sectores inferior a 20 o 30*.





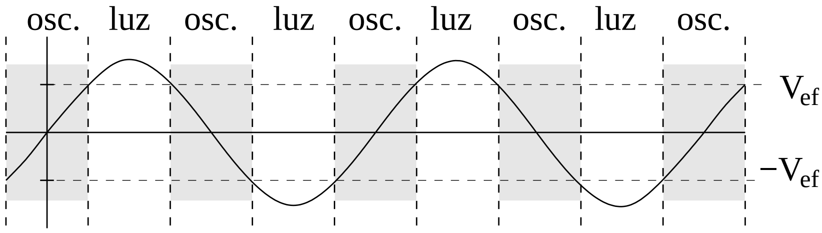
Lo que vamos a reproducir es el fenómeno que tantas veces se ve en la televisión o el cine, consistente en que las aspas de un helicóptero o los tapacubos de un coche parecen estar por un instante detenidos o girar en sentido contrario. Para ello daremos impulso en sentido positivo a la rueda lo más rápido posible y utilizaremos para ver el fenómeno la luz artificial de cualquier lámpara doméstica con bombillas de incadescencia (normales y corrientes). Casi todo el tiempo veremos la rueda de color uniforme, pero en cierto momento los sectores avanzarán lentamente en el sentido de giro hasta detenerse un instante y cambiar de sentido. Si la rueda gira muy deprisa veremos el efecto más de una vez. Por si no fuera ya curioso el fenómeno, resulta que desaparece completamente al iluminar la rueda con la luz de la linterna o al usar luz natural.

Explicación: La corriente eléctrica de uso doméstico es una onda sinusoidal que oscila 50 veces por segundo (frecuencia $50\,Hz$). Es decir, el voltaje que sale de nuestros enchufes

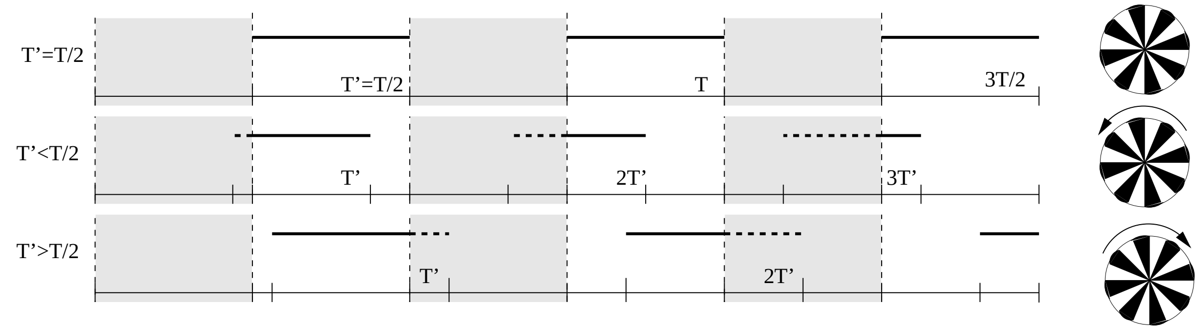
* *N. del A.* Ajusté con cuerdas la cartulina dividida en 24 sectores a una rueda hueca (con radios) de $7\,cm$ de diámetro de una pequeña calesa decorativa.

viene determinado por una ecuación del tipo $V(t) = V_0 \operatorname{sen}(100\pi t)$. Lo que aprovechan los aparatos electrodomésticos de esta tensión oscilante que varía entre $-V_0$ y V_0 cada $T = 1/50 = 0'02$ segundos es lo que se llama *tensión eficaz* **[Ru]** §6.10, que viene dada por la norma dos normalizada en cada periodo, esto es, $V_{ef}^2 = T^{-1}\int_0^T |V(t)|^2 dt$. Sustituyendo, $V_{ef} = V_0/\sqrt{2}$. En la electricidad doméstica $V_{ef} = 220\,V$, de modo que el voltaje de nuestros enchufes alcanza picos de $V_0 = 220\sqrt{2} = 311'1\,V$.

En los intervalos de la forma $(-T/8+nT/2, T/8+nT/2)$ se cumplirá $|V(t)| < V_{ef}$, con lo cual la bombilla de nuestra lámpara alumbrará poco, mientras que el resto del tiempo se cumple la desigualdad contraria. Es decir, cada $T/2$ segundos habrá habido una fase de "luz" y otra de "oscuridad". Es como encender y apagar la luz con periodo $T/2$.



Si miramos a un punto fijo de la rueda, los sectores blancos y oscuros se sucederán con un periodo pequeño. Por ejemplo, si hay 15 sectores oscuros y la rueda da seis vueltas por segundo el periodo es $T' = 1/90$. Si $T' = T/2$ entonces justamente la luz estará encendida siempre en el instante en que un mismo tipo de sector (blanco u oscuro) está en el punto fijado, con lo cual nos parecerá que los sectores se paran. En el instante anterior la rueda iba un poco más rápida y por tanto $T' = T/2 - \epsilon$. Así pues, tras los $T/2$ segundos que transcurren desde que la luz se enciende hasta que se vuelve a encender, como los sectores oscilan un poco más rápido, les habrá dado tiempo a ir un poco más lejos de la siguiente posición y parecerá que se desplazan en sentido positivo. El efecto contrario se produce cuando por causa de la deceleración $T' = T/2 + \epsilon$.



Como la linterna funciona con pilas (corriente continua), su luz, al igual que la del sol, no presenta oscilaciones y anula el efecto descrito.

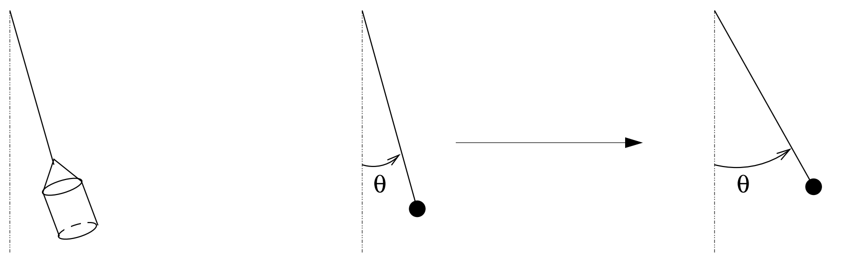
Subes o bajas

Material:

- Un imán de nevera.
- Un objeto ferromagnético pesado.
- Una cuerda resistente.
- Un cordel.

Colguemos el objeto pesado de la cuerda resistente para formar un péndulo. Atemos el imán de nevera con el cordel y peguémoslo al objeto pesado asegurándonos de que con un leve tirón se despega, y el péndulo queda oscilando ligerísimamente*

Ahora, partiendo de la posición de equilibrio y con el imán pegado, hay que tener un poco de paciencia, y tirar del cordel imperceptiblemente tratando de seguir las casi invisibles oscilaciones del péndulo. Después de unos cuantos intentos, el péndulo se habrá puesto en movimiento.



Si seguimos haciendo que el estiramiento del cordel acompañe al movimiento del péndulo podremos conseguir una amplitud en las oscilaciones asombrosa. Sobre todo teniendo en cuenta que al principio habíamos comprobado que el imán apenas tenía fuerza para modificar la posición de equilibrio.

<u>Explicación</u>: Igualando la fuerza a la componente tangencial del peso, como es bien conocido, se sigue la ecuación que rige el péndulo simple $l\theta'' = g \operatorname{sen}\theta$, donde l es la longitud y g es la aceleración de la gravedad. Para ángulos no muy grandes, $\operatorname{sen}\theta \approx \theta$ y la ecuación se reduce a $\theta'' = g\theta$. Si el movimiento parte del punto de máxima elongación, la solución de esta ecuación es de la forma:

$$\theta(t) = A\cos(\omega_0 t) \qquad \text{con} \;\; \omega_0 = \sqrt{g/l}.$$

* *N. del A.* Empleé un cubo metálico cargado con algunas cosas. Su peso era de $6'3\,kg$. Para debilitar más todavía la fuerza del imán, lo recubrí con papel. De esta manera el péndulo apenas se desviaba de su posición inicial antes de que se soltase el imán.

Para ser realistas, el movimiento de un péndulo siempre se amortigua por el rozamiento del aire, y éste, dentro de cierta aproximación, viene dado por un múltiplo pequeño de la velocidad **[Al-Fi]** §7.10 (mayor velocidad ⇒ mayor resistencia). Por tanto, un modelo bastante aproximado del movimiento del péndulo sin nuestra acción externa es:

$$\theta'' + \frac{g}{l}\theta + 2\delta\theta' = 0 \qquad \text{para cierto} \ \ \delta > 0.$$

El análogo de la solución anterior, es ahora, para $\delta < \omega_0$,

$$\theta(t) = Ae^{-\delta t}\cos\big(t\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\big).$$

Es decir, el movimiento se amortigua, como era de esperar. Además la frecuencia no varía con el tiempo (**[Ga]** p. 201).

La situación descrita en nuestro experimento corresponde a aplicar una fuerza síncrona con el péndulo, de frecuencia ω muy próxima a ω_0. Esta fuerza estará representada por un nuevo término de la forma $\epsilon\cos(\omega t)$ con ϵ pequeño. Hay que resolver, por tanto

$$\theta'' + \frac{g}{l}\theta + 2\delta\theta' = \epsilon\cos(\omega t).$$

Una solución particular de esta ecuación es $B\cos(\omega t + \eta_0)$ con un η_0 adecuado y

$$B = \frac{\epsilon}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}.$$

Mientras que la solución general es de la forma

$$\theta(t) = Ae^{-\delta t}\cos\big(t\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} + \alpha\big) + B\cos(\omega t + \eta_0).$$

Con A y α dependiendo de las condiciones iniciales. Según crezca el tiempo, el primer término se hará despreciable, y si $\omega \approx \omega_0$ el término restante tendrá amplitud $B \approx \epsilon/(2\delta\omega)$. Si el rozamiento del aire es poco significativo, el resultado será mucho mayor que ϵ. De hecho $B \to \infty$ si $\delta \to 0$. Por tanto con pequeñas fuerzas, a la larga se pueden obtener grandes amplitudes si se emplea la frecuencia correcta. Éste es el famoso fenómeno de la *resonancia*. Aquí nos hemos centrado en un ejemplo mecánico, pero hay ecuaciones similares que regulan los circuitos electrónicos básicos **[Ru]**. De esta forma, la resonancia es el principio por el cual los receptores de radio y televisión pueden "cazar" selectivamente la frecuencia correspondiente a una sola emisión. Ya nos ocuparemos nosotros de cambiar rápidamente de canal para ver y oír todos al tiempo.