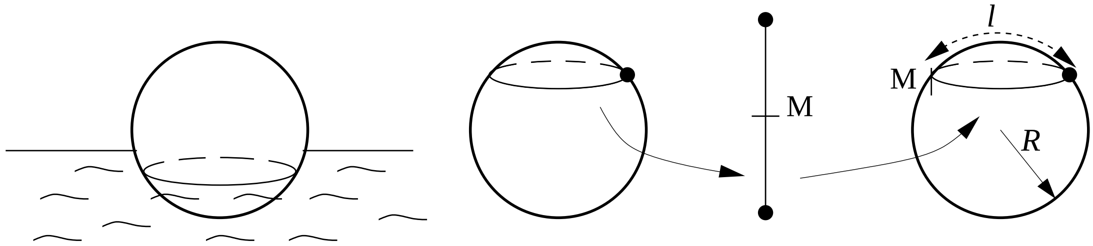
¡Eureka!

Material:

- Una pelota pequeña.
- Un cazo con agua.
- Una regla.
- Un cordel.
- Un rotulador.
- Un peso de cocina.
- Un calibre o nonio (opcional).

Dejemos la pelota en el cazo de agua y marquemos la línea de flotación con el rotulador (para ello será conveniente sujetar la pelota con la mano sin hundirla y quizá marcar sólo algunos puntos que pueden unirse más fácilmente con ella fuera del agua).

En la circunferencia que conforma el paralelo determinado por la línea de flotación marquemos dos puntos diametralmente opuestos. Para ello podemos simplemente extender el cordel sobre ella, desenrollarlo, marcar el punto medio y volverlo a enrollar.



Entre estos dos puntos situemos el cordel lo más tenso posible de manera que describa un arco de meridiano que pase por la parte antes sumergida y midámoslo. Midamos también el radio de la pelota (con el nonio esto es trivial, también se puede utilizar el cordel y a partir de la longitud del meridiano hallar el radio). Los valores para la longitud de arco y el radio correspondientes a un experimento real* fueron $l = 8'9\,cm$ y $R = 2'8\,cm$.

* *N. del A.* Empleé una pelota de goma, parecida a las que se les suelen dar a los perros, algo menor que una de tenis. Marcar la línea de flotación fue más dificultoso de lo previsto. Señalé algunos puntos y si al volver a poner la pelota en el cazo no quedaban a ras de agua los corregía. Después completé aproximadamente la circunferencia ayudándome de un papel puesto a modo de cucurucho.

Apliquemos ahora la fórmula

$$\frac{4\pi}{3}R^3\big(3-2\,\mathrm{sen}^2\frac{l}{4R}\big)\,\mathrm{sen}^4\frac{l}{4R}$$

con l y R en centímetros (que con los datos citados resulta $47'25$). Podemos comprobar utilizando el peso de cocina que esto coincide con bastante precisión con el peso de la pelota en gramos (en nuestro caso $\approx 45\,gr$). Es decir, podemos saber cuánto pesa una bola ligera sin más que examinar cuánto flota.

Explicación: Para que la pelota esté en equilibrio, el empuje debe coincidir en módulo con el peso. Según el Principio de Arquímedes, esto equivale a

$$mg = g\int_V \rho.$$

En el sistema CGS (centímetros, gramos, segundos) la densidad del agua es $\rho = 1$, y consecuentemente la fórmula anterior implica que la masa coincide con el volumen. Lo único que hay que hacer es recordar los viejos tiempos de Cálculo II y Cálculo III, comprobando que la integral triple para hallar el volumen del segmento esférico que subtiende un arco de longitud l, da como resultado la fea fórmula en términos de l y R antes enunciada.

Un soplo de aire

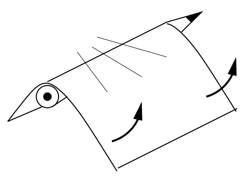
Material:

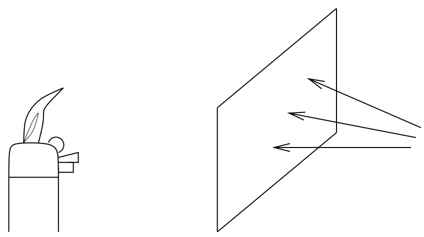
- Una servilleta.
- Un lápiz.
- Una tarjeta de visita.
- Un mechero.

Veamos dos sencillas pero sorprendentes experiencias. Para la primera, sujetemos con los dedos la servilleta de papel paralelamente a una de sus aristas, y cerca de ella, a lo largo del lápiz; de manera que el resto de la servilleta caiga ligeramente con respecto a la horizontal por su propio peso.

Si soplamos perpendicularmente al lápiz en la dirección tangencial a la superficie de la servilleta, cabría esperar que ésta cayese todavía más por la fuerza del aire, sin embargo en contra de toda intuición la servilleta asciende levemente.

Para la segunda, pongamos la tarjeta de visita frente a nosotros, a unos 20 cm, y el mechero encendido detrás de ella. Cuando soplamos con fuerza contra la tarjeta, la llama del mechero de acerca hacia nosotros. Si variamos la posición del mechero, manteniéndolo siempre detrás de la tarjeta, seguiremos observando una desviación de la llama que contradice lo que cabría esperar.





Explicación: En ambos casos se puede dar una explicación cualitativa por medio del Teorema de Bernoulli. Recuérdese que, según éste, a lo largo de las trayectorias se debe cumplir

$$\frac{1}{2}\rho\|\vec{v}\| + p = \text{cte.}$$

Y bajo la hipótesis de irrotacionalidad, esta constante es independiente de la trayectoria.

En el primer experimento, una mayor velocidad del aire en la cara de arriba genera una depresión que eleva la servilleta. En el segundo experimento, el aire del soplido después de chocar con la tarjeta de visita se dispersa tangencialmente a ésta. La velocidad grande en comparación con las partículas vecinas de la parte de atrás, crea de nuevo una depresión que las aspira hacia adelante.

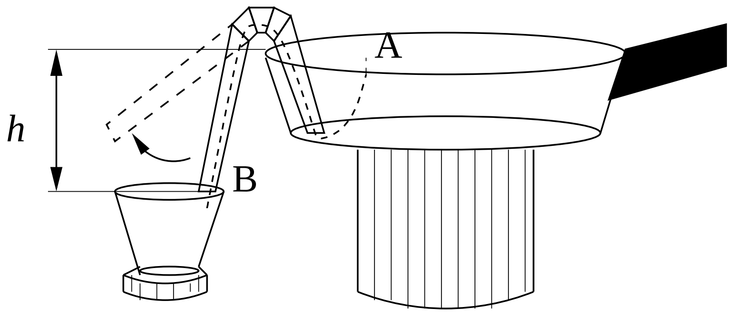
En realidad, como ya hemos mencionado, esta explicación es sólo cualitativa, porque los fenómenos son más complicados, y hay turbulencias que sólo se podrían entender teniendo en cuenta la viscosidad del aire.

Rebosa el recipiente

Material:

- Una sartén lo más amplia posible.
- Una pajita de refresco articulada o un tubo flexible de goma.
- Un reloj con segundero o cronómetro.
- Un vaso.

Llenemos la sartén con agua y pongámosla sobre algún soporte que la mantenga a cierta altura. Adosemos la pajita articulada o el tubo a la sartén de manera que un extremo esté sumergido hasta el fondo y el otro (el más largo) asome por fuera a modo de sifón. Para que no se mueva podemos solicitar la ayuda de alguien o utilizar una pinza que oprima muy poco. Aspirando por la pajita se consigue que el agua comience a salir y caiga en un vaso colocado justo a continuación y de capacidad despreciable en comparación con la de la sartén.

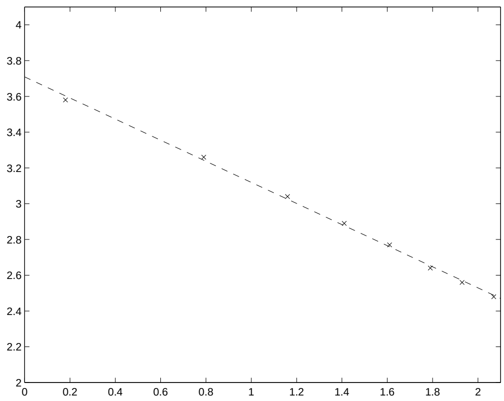


Inclinando la pajita o moviendo el tubo podemos hacer que varíe la diferencia de alturas, h, entre la superficie del agua de la sartén y el orificio de salida de la pajita. Si con ayuda del reloj (y quizá de una calculadora) hallamos el logaritmo del tiempo T que tarda en llenarse y rebosar en función del logaritmo de h para unos cuantos valores, resulta que al representar los puntos correspondientes, éstos se sitúan aproximadamente en una recta cuya pendiente está cercana a $-1/2$.

Por ejemplo, en un experimento real se obtuvo la tabla

$\log h \rightarrow$	$2'07$,	$1'93$,	$1'79$,	$1'61$,	$1'41$,	$1'16$,	$0'79$,	$0'18$
$\log T \rightarrow$	$2'48$,	$2'56$,	$2'64$,	$2'77$,	$2'89$,	$3'04$,	$3'26$,	$3'58$

que está aproximada por la recta $y = -0'59x + 3'71$ con un error que típicamente es del orden de una centésima.



Explicación: De nuevo apelaremos al Teorema de Bernoulli, ésta vez en un caso que da lugar al llamdo *Teorema de Torricelli*.

El agua que está más arriba va empujando a la de debajo, con lo cual es natural suponer que las trayectorias conectan un punto A situado en la superficie del agua de la sartén, con un punto B en el orificio de salida. Por la gran capacidad de la sartén podemos suponer que el nivel del agua no se modifica significativamente al llenarse el vaso y se tiene $v_A = 0$. Por otra parte, tanto en A como en B la presión que actúa es la atmosférica (el líquido no está "comprimido"), $p_A = p_B = p_{\text{atm}}$. Por el Teorema de Bernoulli:

$$\frac{1}{2}\rho v_A^2 + p_A + \rho g h_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + p_B + \rho g h_B \ \Rightarrow v_B^2/h = 2g.$$

Con lo cual el agua sale con la misma velocidad que alcanzaría un objeto soltado en caída libre desde altura h al transformar su energía potencial en cinética (*Teorema de Torricelli*, nótese que $\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$). Por otra parte, dicha velocidad es inversamente proporcional al tiempo que tarda en llenarse el vaso (aunque la relación entre velocidad y flujo no es tan fácil como pudiera pensarse porque inicialmente las velocidades no son todas perpendiculares a la sección de la pajita [**Fe-Le-Sa**]). Es decir, $hT^2 = \text{cte}$, y tomando logaritmos se obtiene que $\log T$ depende linealmente de $\log h$ con pendiente $-1/2$.

Nótese que experimentalmente, al relacionar $\log h$ y $\log T$ hemos obtenido una recta de pendiente $-0'59$ en lugar del valor teórico $-0'5$, esto es, hay un error relativo de algo más del 15%. Es natural algún tipo de error sensible debido a que no consideramos la viscosidad, pero es extraño que la pendiente sea menos que la teórica, ya que la viscosidad debería ralentizar el flujo. El error se reduce a la mitad si descartamos la primera medida (¿error experimental?), pero que sea por defecto en vez de por exceso permanece entre los misterios de los experimentos caseros.